

1. 2次関数 (問題40～47)
 - ・関数の定義
 - ・2次関数のグラフ
 - ・グラフの平行移動と対称移動
 - ・2次関数の最大・最小
 - ・2変数関数の最大・最小
 - ・2次関数のグラフと2次方程式
 - ・2次関数のグラフと2次不等式

2. 関数 (問題48～49)
 - ・逆関数と合成関数
 - ・分数関数とそのグラフ
 - ・無理関数とそのグラフ

3. 指数関数・対数関数 (問題50～56)
 - ・累乗根
 - ・指数法則(指数の拡張)
 - ・指数関数とそのグラフ
 - ・対数の定義とその性質
 - ・対数関数とそのグラフ
 - ・常用対数

1. 2次関数 (問題40～47)

関数の定義について理解しよう。

グラフの平行移動と対称移動について理解しよう。

2次関数の最大・最小について理解しよう。

2変数関数の最大・最小について理解しよう。

2次関数のグラフを利用した2次方程式や2次不等式の解法を理解しよう。

関数の定義について説明できるようにしておくとうい。

問題40について、グラフの平行移動と対称移動の式は軌跡の考え方を利用している。

問題41について、2次関数の最大値・最小値は存在するなら区間の端または(グラフの)頂点である。(2)は最大・最小となる場所が変わるので場合分けを要する。

問題42について、2変数関数の最大・最小の基本的な考え方は“1変数消去”と“1変数固定”である。(3)は条件式が楕円の方程式であることに気づけば、変域が容易にわかる。

問題43について、

(1) は標準形 $y = a(x - p)^2 + q$

(2) は一般形 $y = ax^2 + bx + c$

(3) は切片形 $y = a(x - \alpha)(x - \beta)$

で考えるとよい。

問題 4 4, 4 5 について, 2 次不等式は $ax^2 + bx + c > 0$ ($a > 0$) の形に変形し, $y = ax^2 + bx + c$ のグラフと x 軸の位置関係を考えるとよい。

連立不等式 $A < B < C$ は $A < B$ かつ $B < C$ と同値であるが, $A < B$ かつ $A < C$ と同値ではないことに注意を要する。

問題 4 6, 4 7 について, グラフをかいて考えるとよい。(2) は問題をよく読まないと誤りやすいので注意を要する。

2. 関数 (問題48～49)

逆関数と合成関数の意味について理解しよう。

分数関数とそのグラフについて理解しよう。

無理関数とそのグラフについて理解しよう。

逆関数と合成関数は意味をしっかりと理解しておくことが大切である。

逆関数はもとの関数と x, y を入れかえているので、グラフは直線 $y = x$ に関して対称である。

問題49について、ここで扱う分数関数および無理関数は入試でほとんど出題されない。式変形の手順と平行移動の考え方を確認しておくとうい。

$y = \sqrt{x}$ は $y = x^2 (x \geq 0)$ の逆関数であるから、 $y = \sqrt{x}$ のグラフは放物線の一部である。放物線の右半分を直線 $y = x$ に関して対称移動すればよい。

3. 指数関数・対数関数 (問題50～56)

累乗根の意味について理解しよう。

指数法則(指数の拡張)について理解しよう。

指数関数とそのグラフについて理解しよう。

対数の定義とその性質について理解しよう。

対数関数とそのグラフについて理解しよう。

常用対数とその活用方法について理解しよう。

累乗根の意味は平方根の知識を参考にしてしっかりと理解しておきたい。

累乗根の性質は入試で問われることはほとんどなく、有理数の指数で表して指数法則を用いるとよい。

実数の指数そのものは入試で問われることはほとんどないが、指数関数は実数変数であることから、実数の指数についても理解しておきたい。

指数関数 $y = a^x$ について、

(1) $a > 1$ のときは増加関数であるから $p < q \Leftrightarrow a^p < a^q$

(2) $0 < a < 1$ のときは減少関数であるから $p < q \Leftrightarrow a^p > a^q$

この性質を利用して、指数方程式や指数不等式を解くことができる。

対数の定義と性質は証明も含めて理解しておきたい。

任意の正の実数 M に対し、

$a^p = M$ ($a > 0, a \neq 1$) を満たす実数 p がただ 1 つ存在する。

この実数 p を a を底とする M の対数といい、 $p = \log_a M$ と表す。

$a > 0, a \neq 1, M > 0, N > 0$ とする。

$\log_a M = p, \log_a N = q$ とおくと、定義により $M = a^p, N = a^q$ であるから、
指数法則により $MN = a^p a^q = a^{p+q}$ となる。

したがって、 $\log_a MN = p + q = \log_a M + \log_a N$ が成り立つ。

対数関数 $y = \log_a x$ は指数関数 $y = a^x$ の逆関数であるから、この 2 つの関数のグラフは直線 $y = x$ に関して対称である。

対数関数 $y = \log_a x$ について、

(1) $a > 1$ のときは増加関数であるから $p < q \Leftrightarrow \log_a p < \log_a q$

(2) $0 < a < 1$ のときは減少関数であるから $p < q \Leftrightarrow \log_a p > \log_a q$

この性質を利用して、対数方程式や対数不等式を解くことができる。

問題 5 6 について、整数の桁数の問題は頻出であり、最高位の数を求める出題も多い。
近年は上 2 桁の数を求めさせる出題も見られるので、考え方を理解することが大切である。

問題 5 6 (3) について、 n 進法の桁数を求める問題はほとんどないが、(1) で常用対数をとることと関連づけて理解しておきたい。

対数変換など日常の話題にもつながりやすい分野であるため、共通テスト対策として対数がどのように活用されているのかを調べてみるのもよいだろう。