

1. 場合の数と確率 (問題 83 ~ 88)

- ・ 和の法則, 積の法則
- ・ 順列, 円順列, 重複順列
- ・ 組合せ, 同じものを含む順列, 重複組合せ
- ・ 確率の定義
- ・ 和事象の確率 (確率の加法定理), 余事象の確率
- ・ 独立試行の確率, 反復試行の確率
- ・ 条件つき確率 (確率の乗法定理)

2. データの分析 (問題 89 ~ 91)

- ・ 代表値
- ・ 四分位数
- ・ 箱ひげ図
- ・ 分散と標準偏差
- ・ データの相関, 散布図
- ・ 共分散, 相関係数

1. 場合の数と確率 (問題 83 ~ 88)

和の法則, 積の法則について理解しよう。

さまざまな順列について理解しよう。

さまざまな組合せについて理解しよう。

確率の意味 (定義) について理解しよう。

確率の基本性質について理解しよう。

独立試行の確率について理解しよう。

条件つき確率について理解しよう。

和の法則と積の法則は多くの人がなんとなく使っている法則。場合の数を加えたり乗じたりする根拠としての法則をあらためて確認しておきたい。

集合の要素の個数は「集合と論理」で触れているが、場合の数や確率を考えるときに重要な事柄であり、集合の図（ベン図）を書いて考えるとわかりやすい。

いくつかのものを“順序を考えに入れて”並べたものを順列といい、 n 個の異なるものから r 個のものをとったときの順列の総数は積の法則により

$${}_n P_r = \underbrace{n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)}_{r \text{ 個}} = \frac{n!}{(n-r)!}$$

である。階乗の記号（!）を用いた表し方も覚えておきたい。

円順列（じゅず順列）や重複順列について、意味を理解しておけば積の法則を用いているだけなので、公式を覚える必要はないはずである。円順列は特定のものを固定する考え方が大切である。

いくつかのものを“順序を考えに入れなくて”取り出して 1 組にしたものを組合せという。 n 個の異なるものから r 個のものを取り出した組合せの総数を ${}_n C_r$ と表すとき、この ${}_n C_r$ 通りのおのおのに対して取り出した r の順列を考えると n 個の異なるものから r 個のものをとったときの順列に等しくなるので、積の法則により

$${}_n C_r \times r! = {}_n P_r$$

が成り立ち

$${}_n C_r = \frac{{}_n P_r}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

と求められる。

余裕があれば二項定理との融合も含めて ${}_n C_r$ に関する等式を理解しておきたい。

同じものを含む順列は組合せの項目に含まれているが、組合せの考え方をを用いているからである。

重複組合せは教科書レベルではないが、入試ではときどき見られるので入試基礎として理解しておきたい。

確率の計算において、“同様に確からしい”の意味をしっかりと理解しておきたい。

全事象 U の要素の個数を $n(U)$ 、事象 A の要素の個数を $n(A)$ とする。全事象 U のどの根元事象も同様に確からしいとき、事象 A の起こる確率は

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{\text{事象 } A \text{ の起こる場合の数}}{\text{起こりうるすべての場合の数}}$$

集合の要素の個数についての関係式

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

より両辺を $n(U)$ で割ることによって、和事象の確率

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

が成り立つ。また、事象 A, B が互いに排反、すなわち $A \cap B = \emptyset$ のとき

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

余事象の確率についても同様に

$$n(\bar{A}) = n(U) - n(A)$$

より

$$P(\bar{A}) = P(U) - P(A)$$

入試レベルにおいて、和事象の確率はいくつかの排反な事象に分けられるかどうか、余事象の確率は普通に計算するか余事象の確率を計算するかの判断が重要である。

反復試行の確率

$${}_n C_r p^r (1-p)^{n-r} \quad (r = 0, 1, 2, \dots, n)$$

の $p^r (1-p)^{n-r}$ の部分は独立試行の確率、 ${}_n C_r$ の部分は同じものを含む順列の考え方を
用いている。その考え方を理解しておくことで、事象 A 、事象 B 、それ以外といった3つ
の事象が現れる問題にも対応できるようになる。

事象 A が起こったときに、事象 B が起こる確率（条件つき確率） $P_A(B)$ は

$$P_A(B) = \frac{n(A \cap B)}{n(A)} = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

で求められる。場合の数の比と確率の比を使い分けるとよい。

$P_A(B)$ と $P(A \cap B)$ のどちらを求めるのか、問題文を読むときには注意が必要である。

2. データの分析 (問題89～91)

代表値について理解しよう。

四分位数と箱ひげ図について理解しよう。

分散と標準偏差について理解しよう。

データの相関, 散布図について理解しよう。

共分散と相関係数について理解しよう。

代表値には「平均値」「中央値」「最頻値」などがある。四分位数に関するものも含めてさまざまな用語についてしっかりと理解しておきたい。

分散について、数列の和の記号を用いた式にも慣れておくとよい。

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k^2 - (\bar{x})^2$$

共分散や相関係数についても同様である。

$$s_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})(y_k - \bar{y}) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k y_k - \bar{x} \bar{y}$$
$$r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = \frac{\sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})(y_k - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{k=1}^n (y_k - \bar{y})^2}}$$

相関係数については、ベクトルの内積と関連させることによって記憶しやすい。また、 $-1 \leq r \leq 1$ であることもわかる。

データの変換についても理解しておきたい。

すべてのデータの値に b を加えたとき

平均は $+b$ 分散は 不変 標準偏差は 不変

すべてのデータの値に a を乗じたとき

平均は a 倍 分散は a^2 倍 標準偏差は $|a|$ 倍

共通テストでは箱ひげ図や散布図の読み取りも重要である。

2次・私大の入試では数列や確率との融合問題も見られる。