1.【倍数と約数】(1378) (1382) (1387) (1388)

・素数，合成数について説明できる。

・倍数の判定法について説明できる。

（１）2 の倍数，3 の倍数，4 の倍数，5 の倍数，8 の倍数，9 の倍数の判定法を理由とともに説明せよ。ただし，3 の倍数と 9 の倍数については 4 桁以下の整数として説明せよ。

（２）72 の正の約数の個数を求めよ。また，すべての正の約数の和を求めよ。

2.【最大公約数，最小公倍数】(1380) (1390) (1391) (1394)

・互いに素について説明できる。

・最大公約数，最小公倍数の計算ができる。

（１）2 つの自然数 a, b が互いに素とはどのようなことか説明せよ。

（２）積が 1512，最小公倍数が 252 となる 2 つの自然数の組をすべて求めよ。

3.【素因数分解】(1384) (1385)

・$n!$ に含まれる素因数の個数を求めることができる。

$N = 30!$ を素因数分解したとき，次の問いに答えよ。

（１）素因数 2 の個数を求めよ。　　（２）素因数 5 の個数を求めよ。

（３）N を計算すると，末尾には 0 は連続して何個並ぶか。

4.【余りによる整数の分類】(1400) (1406) (1407) (1428) (1429)

・剰余類の考え方を利用して，余りに関する命題の証明ができる。

・合同式とその性質について説明できる。

n を整数とする。n^2 を 3 で割ったときの余りは 0 または 1 であることを証明せよ。

5.【循環小数】(1040)〜(1042)

・循環小数について説明できる。

次の分数を小数で表せ。循環小数は $0.\dot{2}$ のような表し方でかけ。

（1）$\dfrac{13}{8}$　　（2）$\dfrac{7}{55}$

6.【有限小数と循環小数で表される条件】(1436)

・整数ではない有理数について，有限小数であるための必要十分条件を説明できる。

次の分数のうち，有限小数で表されるものを答えよ。

$$\frac{13}{16},\ \frac{7}{40},\ \frac{22}{75},\ \frac{32}{125}$$

7.【分母の有理化，対称式】(1043) (1044) (1047) (1050)

・根号を含む式の計算（分母の有理化）ができる。

・対称式について説明できる。

$x = \dfrac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}},\ y = \dfrac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$ のとき，次の式の値を求めよ。

（１）$x+y,\ xy$　　（２）$3x^2-5xy+3y^2$

8.【整数部分と小数部分】(1051) (1444) (1448)

・ガウス記号の意味とその性質について説明できる。

（１）$3+\sqrt{5}$ の整数部分を a，小数部分を b とするとき，$a,\ b,\ b+\dfrac{1}{b}$ の値を求めよ。

（２）正の実数 x に対し，x を超えない最大の整数を $[x]$ と表す。方程式 $[x]\times\left[\dfrac{7}{x}\right]=3$ を解け。

9.【複素数の相等】(2044) (2048)

・虚数，純虚数，複素数について説明できる。

・複素数の相等について説明できる。

次の等式をみたす実数 x, y の値を求めよ。ただし，i は虚数単位とする。

（1）$(x+y+3)+(x-y-7)i=0$

（2）$(3x-2y)+(2x+3y)i=-1+8i$

10.【複素数の計算】(2044) (2046) (2047) (2052)

・共役な複素数について説明できる。

・複素数の四則演算ができる。

・負の数の平方根とその性質について説明できる。

次の式を計算せよ。ただし，i は虚数単位とする。

（1）$(2+5i)+(1-2i)$　（2）$(5-2i)-(2+3i)$

（3）$(1+2i)(3-i)$　（4）$(3+4i)(3-4i)$

（5）i^7　（6）$\dfrac{1-2i}{2-i}$

（7）$\sqrt{-8}\sqrt{-6}$　（8）$\dfrac{\sqrt{48}}{\sqrt{-6}}$

11. 【n 進法】(1436) (1438) (1439)

・記数法について説明できる。

・n 進数から m 進数への変換ができる。

（1）（2）の数を 10 進法で表し，（3）（4）の 10 進数を 5 進法で表せ。

（1）$2102_{(3)}$　　（2）$0.324_{(5)}$

（3）59　　（4）0.528

12.【整式の乗法】(1014) (1020)〜(1023) (2014) (2017)

・整式の交換法則，結合法則，分配法則について説明できる。

・乗法公式を用いて単項式の和の形に表すことができる。

・計算の工夫ができる。

次の式を展開せよ。

（1）$(x-y+2z)^2$　（2）$(x-2)^3$

（3）$(x+3)(x^2-3x+9)$　（4）$(x^2-3x+1)(x-1)(x-2)$

（5）$(x+1)^2(x-1)^2$　（6）$(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$

13.【二項定理，多項定理】(2014) (2021) (2022) (2024)

・二項定理，多項定理について説明できる。

（１）$\left(x^2+\dfrac{2}{x}\right)^6$ の展開式における定数項を求めよ。

（２）$(x^2+x+1)^7$ の展開式における x^3 の項の係数を求めよ。

（３）23^{100} を 7 で割ったときの余りを求めよ。

14.【二項係数と倍数】(2025)〜(2027)

・二項定理がどのように利用されるのかを説明できる。

n を自然数，p を素数とするとき，次の問いに答えよ。

（１）${}_n\mathrm{C}_0+{}_n\mathrm{C}_1+{}_n\mathrm{C}_2+\cdots\cdots+{}_n\mathrm{C}_n=2^n$ が成り立つことを示せ。

（２）$1 \leqq k \leqq p-1$ を満たす整数 k に対して ${}_p\mathrm{C}_k$ は p の倍数であることを示せ。

（３）2^p-2 は p の倍数であることを示せ。

15.【因数分解（１）】(1014) (1025)〜(1033) (2014) (2018)

・因数分解の手順を説明できる。

次の式を因数分解せよ。

（１）$3x^2-7x-6$　（２）$8x^3+27y^3$　（３）x^6-y^6

（４）x^3-x^2+xy-y　（５）$2x^2-xy-y^2+x+5y-6$

16.【因数分解（２）】(1035) (2019)

・特別な因数分解の公式を導き出すことができる。

（１）$(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$ を展開せよ。

（２）$8x^3+y^3-6xy+1$ を因数分解せよ。

17.【剰余の定理】(2014) (2028) (2029) (2078) (2080) (2081)

・除法の原理について説明できる。

・整式の除法の計算ができる。

・剰余の定理について説明できる。

整式 $P(x)$ を $x-1$ で割ったときの余りが 1，$x+2$ で割ったときの余りが -5 であるとき，$P(x)$ を x^2+x-2 で割ったときの余りを求めよ。

18.【因数定理】(2078) (2085)

・因数定理について説明できる。

次の式を因数分解せよ。

（1）x^3-7x+6　　　（2）$2x^3-3x^2+5x-2$

19.【分数式】(2016) (2033)～(2035)

・整式の最大公約数，最小公倍数の計算ができる。

・分数式の計算ができる。

・部分分数分解について説明できる。

次の式を計算せよ。

（１）$\dfrac{x^2-xy-6y^2}{x^2+xy}\times\dfrac{x^2-y^2}{x^2-5xy+6y^2}$　（２）$\dfrac{x^2-x}{x^2-7x+12}\div\dfrac{x^2+5x}{x^2+2x-15}$

（３）$\dfrac{1}{x+\alpha}-\dfrac{1}{x+\beta}$　（４）$\dfrac{1}{x^2+x}+\dfrac{1}{x^2+3x+2}$

20.【判別式】(2056) (2059)～(2063)

・2 次方程式の解の公式について説明できる。

・2 次方程式の判別式について説明できる。

（1）2 次方程式 $2x^2 - 3x + 2 = 0$ の解の種類を判別せよ。

（2）2 次方程式 $x^2 - 2mx + m + 1 = 0$ が重解をもつような定数 m の値を求めよ。

21.【解と係数の関係】(2056) (2064) (2065)

・2 次方程式の解と係数の関係について説明できる。

2 次方程式 $x^2 - 3x + 4 = 0$ の 2 解を $\alpha,\ \beta$ とするとき，次の式の値を求めよ。

（1）$\alpha^3 + \beta^3$　　（2）$\dfrac{\beta}{\alpha} + \dfrac{\alpha}{\beta}$　　（3）$(\alpha - \beta)^2$

22.【高次方程式】(2078) (2087) (2088)

・高次方程式の解法について説明できる。

次の方程式を解け。

（1）$x^3 = 8$　　（2）$x^4 - 3x^2 - 4 = 0$　　（3）$x^3 - 2x - 4 = 0$

23.【共役な複素数解】(2092) (2093)

・共役な複素数の定義とその性質について説明できる。

（1）$a,\ b,\ c,\ d$ を実数の定数とする。複素数 α が 3 次方程式 $ax^3+bx^2+cx+d=0$ の解であるとき，$\overline{\alpha}$ もこの方程式の解であることを証明せよ。

（2）3 次方程式 $x^3 - 3x^2 + mx + n = 0$ が $1 + 3i$ を解にもつとき，実数の定数 $m,\ n$ の値を求めよ。また，他の解を求めよ。

24.【3 次方程式の解と係数の関係】(1049) (2078) (2091) (2094) (2095)

・3 次方程式の解と係数の関係について説明できる。

3 次方程式 $x^3 - 3x^2 + 4x + 2 = 0$ の 3 つの解を $\alpha,\ \beta,\ \gamma$ とするとき，次の式の値を求めよ。

（1）$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2$　　（2）$(2-\alpha)(2-\beta)(2-\gamma)$

（3）$\alpha^3 + \beta^3 + \gamma^3$

25.【ユークリッドの互除法】(1400) (1411) (1412)

・互除法の原理について説明できる。

・ユークリッドの互除法について説明できる。

2 つの整数 $161, 437$ の最大公約数を，ユークリッドの互除法を用いて求めよ。

26.【1 次不定方程式】(1402) (1420)～(1423)

・2 元 1 次不定方程式の解を求めることができる。

次の方程式の整数解をすべて求めよ。

（1）$5x-3y=1$　　（2）$34x+29y=3$

27.【方程式の整数解】(1413)～(1417)

・さまざまな不定方程式の解を求めることができる。

（1）等式 $xy-3x-2y+3=0$ を満たす整数 $x,\ y$ の組をすべて求めよ。

（2）$1 \leqq x \leqq y \leqq z$ とする。等式 $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}+\dfrac{1}{z}=1$ を満たす自然数 $x,\ y,\ z$ の組をすべて求めよ。

28. 【1 次不等式】(1056) (1060)～(1064)

・不等式の基本性質について説明できる。

・1 次不等式の解を求めることができる。

・連立不等式の解を求めることができる。

次の不等式を解け。ただし，a は実数の定数とする。

（1）$(a-1)x \geqq a^2-1$　　（2）$\begin{cases} 2x+7 \geqq 4x-3 \\ 3x+8 > -2x+3 \end{cases}$

（3）$3x-5 < x+1 < 2x$

29. 【絶対値を含む方程式・不等式】(1056) (1065)～(1069)

・絶対値の性質について説明できる。

・絶対値を含む方程式・不等式の解を求めることができる。

次の方程式・不等式を解け。

（1）$|x-2| = 5$　　（2）$|x+2| < 3$　　（3）$|3x+1| \geqq 2$

（4）$|2x-1| = x+3$　　（5）$|x-3| < 2x$

30.【恒等式】(2102) (2104)～(2107)

・恒等式と方程式の違いについて説明できる。

・係数比較法，数値代入法について説明できる。

次の等式が x についての恒等式となるように，定数 a, b, c の値を定めよ。

（１） $x^2 - x = a(x-3)^2 + b(x-3) + c$

（２） $\dfrac{2x-1}{(x+1)(x+2)} = \dfrac{a}{x+1} + \dfrac{b}{x+2}$

31.【等式の証明】(2102) (2109)～(2112)

・等式の証明の方法について説明できる。

・比例式の性質について説明できる。

（１）等式 $(a^2+b^2)(x^2+y^2) = (ax+by)^2 + (ay-bx)^2$ が成り立つことを証明せよ。

（２） $a+b+c=0$ のとき，等式 $a^3+b^3+c^3 = 3abc$ が成り立つことを証明せよ。

（３） $\dfrac{a}{b} = \dfrac{c}{d}$ のとき，等式 $\dfrac{a^2-b^2}{a^2+b^2} = \dfrac{c^2-d^2}{c^2+d^2}$ が成り立つことを証明せよ。

（４） $a:b:c = 2:3:4$, $a+b+c=27$ のとき，a, b, c の値を求めよ。

32.【不等式の証明（１）】(2102) (2114)～(2117) (2123)

・不等式の証明の方法について説明できる。

・根号や絶対値を含む不等式の証明の方法について説明できる。

（１）$a > b,\ c > d$ のとき，不等式 $ac + bd > ad + bc$ が成り立つことを証明せよ。

（２）不等式 $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geqq (ax + by)^2$ が成り立つことを証明せよ。また，等号が成り立つのはどのようなときか。

（３）不等式 $a^2 + b^2 + c^2 \geqq ab + bc + ca$ が成り立つことを証明せよ。また，等号が成り立つのはどのようなときか。

（４）$a > 0,\ b > 0$ のとき，不等式 $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$ が成り立つことを証明せよ。

（５）不等式 $|a + b| \leqq |a| + |b|$ が成り立つことを証明せよ。また，等号が成り立つのはどのようなときか。

33.【相加平均と相乗平均】(2102) (2118)～(2122)

・相加平均と相乗平均の関係について説明できる。

・相加平均と相乗平均の関係がどのように利用されるのかを説明できる。

（１）$x > 0,\ y > 0$ のとき，不等式 $\left(x + \dfrac{1}{y}\right)\left(y + \dfrac{4}{x}\right) \geqq 9$ が成り立つことを証明せよ。また，等号が成り立つときの $x,\ y$ の値を求めよ。

（２）$x > 0$ のとき，関数 $y = \dfrac{x}{x^2 + 4x + 4}$ の最大値を求めよ。

34.【集合】(1074) (1076)〜(1078) (1080)

・集合に関する基本的な用語について説明できる。

・ド・モルガンの法則について説明できる。

全体集合 $U = \{x | 1 \leqq\ x \leqq\ 10,\ x$ は整数 $\}$ の部分集合 $A,\ B$ について，

$A \cap B = \{3,\ 6,\ 8\},\ \overline{A} \cap \overline{B} = \{4,\ 5,\ 7\},\ A \cap \overline{B} = \{1,\ 10\}$ とする。

このとき，集合 $A,\ B,\ A \cup B$ を求めよ。

35.【集合の要素の個数】(1286) (1289) (1290) (1292)

・有限集合の要素の個数を求めることができる。

1 から 200 までの自然数のうち，つぎのような数は何個あるか。

（1）3 または 5 で割り切れる数。

（2）3 で割り切れるが，7 で割り切れない数。

36.【条件と集合】(1084) (1089)

・命題，条件，反例などの基本的な用語について説明できる。

・条件と集合の関係について説明できる。

x は実数とする。集合を用いて，次の命題の真偽を調べよ。

（1）$-1 < x < 2 \Rightarrow x > -2$　　（2）$1 < x < 5 \Rightarrow -2 < x < 3$

37.【条件の否定】(1084) (1086)

・条件に関するド・モルガンの法則について説明できる。

x, y は実数とする。次の条件の否定を求めよ。

（1）$x \geqq 0$ かつ $y \leqq 0$　　（2）x, y の少なくとも一方は有理数である

38.【必要条件と十分条件】(1084) (1090)〜(1092)

・必要条件と十分条件について説明できる。

x, y は実数とする。次の $\boxed{}$ の中に，「必要条件であるが十分条件ではない」，「十分条件であるが必要条件ではない」，「必要十分条件である」のうち，それぞれどれが適するか。

（1）$xy = 0$ は $x = 0$ であるための $\boxed{}$ 。

（2）「$x > 0$ かつ $y > 0$」は $xy > 0$ であるための $\boxed{}$ 。

39.【間接証明法】(1084) (1094)〜(1098)

・逆，裏，対偶について説明できる。

・もとの命題と対偶命題の真偽が一致する根拠を説明できる。

・背理法について説明できる。

（1）n は整数とする。対偶を考えて，命題「n^2 が 3 の倍数ならば，n は 3 の倍数である。」を証明せよ。

（2）$\sqrt{3}$ は無理数であることを証明せよ。

40.【グラフの平行移動・対称移動】(1104) (1110)〜(1116)

・関数の定義について説明できる。

・2 次関数のグラフをかくことができる。

・平行移動・対称移動したグラフの方程式を求めることができる。

放物線 $y = x^2 - 2x + 3$ について以下の問いに答えよ。

（1）この放物線を x 軸方向に 2，y 軸方向に -3 だけ平行移動して得られる放物線の方程式を求めよ。

（2）この放物線を x 軸，y 軸，原点に関して対称移動して得られる放物線の方程式をそれぞれ求めよ。

41.【2 次関数の最大・最小】(1119) (1120) (1121) (1124)〜(1129)

・2 次関数の最大値・最小値を必要ならば場合分けをして求めることができる。

（1）$0 \leqq x \leqq 3$ のとき，関数 $y = x^2 - 4x + 5$ の最大値および最小値を求めよ。

（2）a は実数の定数とする。$0 \leqq x \leqq 4$ のとき，関数 $y = x^2 - 2ax + 2a - 1$ の最大値および最小値を求めよ。

42.【2 変数関数の最大・最小】(1132) (1133) (1188)

・2 変数関数の最大値・最小値の求め方を説明できる。

（1）$x \geqq 0$, $y \leqq 0$, $x - 2y = 3$ のとき，$x^2 + y^2$ の最大値，最小値を求めよ。また，そのときの x, y の値を求めよ。

（2）x, y を実数とするとき，$x^2 - 4xy + 7y^2 - 4y + 3$ の最小値を求めよ。また，そのときの x, y の値を求めよ。

（3）x, y が $x^2 + 2y^2 = 1$ を満たすとき，$2x + 3y^2$ の最大値，最小値を求めよ。また，そのときの x, y の値を求めよ。

43. 【2 次関数の決定】(1134)〜(1136)

・2 次関数のさまざまな表し方を説明できる。

・連立 3 元 1 次方程式を解くことができる。

グラフが次の条件をみたす 2 次関数を求めよ。

（１）軸が直線 $x=-1$ で，2 点 $(-2,\ 9)$, $(1,\ 3)$ を通る。

（２）3 点 $(-1,\ -2)$, $(2,\ 7)$, $(3,\ 18)$ を通る。

（３）3 点 $(-1,\ 0)$, $(2,\ 0)$, $(1,\ 1)$ を通る。

44. 【2 次不等式（１）】(1167)〜(1169)

・グラフを利用して 2 次不等式を解くことができる。

次の 2 次不等式を解け。

（１）$x^2-7x+12<0$　（２）$x^2-5x-6 \geqq 0$　（３）$x^2-2x-4>0$

（４）$x^2-4x+4>0$　（５）$4x^2-12x+9 \geqq 0$　（６）$x^2+6x+9<0$

（７）$9x^2+6x+1 \leqq 0$　（８）$x^2+3x+3>0$　（９）$x^2-5x+8 \leqq 0$

45. 【2 次不等式（２）】(1170)

・連立不等式を解くことができる。

次の連立不等式を解け。

（１）$\begin{cases} x^2+4x+3>0 \\ -x^2+x+6 \geqq 0 \end{cases}$　（２）$x+3<2x^2<-x^2+x+10$

46.【2 次関数のグラフと 2 次方程式・2 次不等式】

(1148) (1149) (1167) (1175) (1176) (1180)〜(1183) (1186)

・2 次関数のグラフと x 軸の位置関係を考えることができる。

（1）m は実数とする。2 次関数 $y = x^2 + mx + m + 3$ のグラフが x 軸と共有点もつような定数 m の値の範囲を求めよ。

（2）m は実数とする。すべての実数 x に対して 2 次不等式 $x^2 + 2mx + 2m + 3 > 0$ が成り立つような定数 m の値の範囲を求めよ。

（3）m は実数とする。2 次方程式 $x^2 - 2mx - m + 2 = 0$ が異なる 2 つの正の解をもつとき，定数 m の値の範囲を求めよ。

47.【絶対値を含む関数のグラフ】(1192)〜(1196)

・絶対値を含む関数のグラフをかくことができる。

・グラフを利用して不等式を解くことができる。

（1）関数 $y = |x^2 - 2x|$ のグラフをかけ。

（2）不等式 $|x^2 - 2x| > 2 - x$ を解け。

48.【逆関数，合成関数】(3164) (3174)〜(3177)

・逆関数・合成関数の意味について説明できる。

（１）関数 $y=-3x+4$ $(-1\leqq\ x\leqq\ 2)$ の逆関数を求めよ。

（２）$f(x)=x^2,\ g(x)=2x+1$ のとき，合成関数 $(g\circ f)(x), (f\circ g)(x)$ を求めよ。

49.【分数関数，無理関数】(3162) (3165)〜(3172)

・分数関数・無理関数のグラフをかくことができる。

（１）関数 $y=\dfrac{3x}{x+2}$ のグラフを利用して，不等式 $\dfrac{3x}{x+2}<-x+2$ を解け。

（２）関数 $y=\sqrt{x+1}$ のグラフを利用して，不等式 $\sqrt{x+1}<-x+1$ を解け。

50.【累乗根，指数法則】(2290) (2293)〜(2295)

・累乗根について説明できる。

・指数法則について説明できる。

次の式を計算をせよ。

（１）$4^{\frac{1}{3}} \times 4^{\frac{1}{4}} \div 4^{\frac{1}{12}}$　　（２）$\left\{\left(\frac{16}{9}\right)^{-\frac{3}{4}}\right\}^{\frac{2}{3}}$

（３）$\sqrt[4]{9} \times \sqrt[6]{27}$　　（４）$(\sqrt[3]{5}-1)(\sqrt[3]{25}+\sqrt[3]{5}+1)$

51.【指数関数のグラフ】(2292) (2299) (2300)

・指数関数のグラフがかける。

・単調性による不等式の性質について説明できる。

次の数の大小を不等号を用いて表せ。

（１）$2^{30},\ 3^{20},\ 10^{10}$　　（２）$\sqrt[3]{3},\ \sqrt[4]{9},\ \sqrt[7]{27}$

52.【指数方程式・不等式】(2302)〜(2304)

・指数を含む方程式・不等式を解くことができる。

次の方程式・不等式を解け。

（１）$2 \cdot 4^x - 5 \cdot 2^x + 2 = 0$　　（２）$4^x - 7 \cdot 2^x - 8 > 0$

53.【対数とその性質】(2312) (2315)〜(2317)

・対数の定義について説明できる。

・対数の性質について説明できる。

次の式を簡単にせよ。

（１）$4\log_2\sqrt{2}+\dfrac{1}{2}\log_2 3-\log_2\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

（２）$(\log_2 3+\log_4 9)(\log_3 4+\log_9 2)$

54.【対数関数のグラフ】(2312) (2319) (2320)

・対数関数のグラフがかける。

・単調性による不等式の性質について説明できる。

$\log_2 3,\ \log_4 5,\ \log_{16} 36$ の大小を不等号を用いて表せ。

55.【対数方程式・不等式】(2312) (2321)〜(2323) (2325)

・対数を含む方程式・不等式を解くことができる。

次の方程式・不等式を解け。

（１）$\log_2(x-1)+\log_2(x+5)=4$　　（２）$2\log_2(3-x)\leqq\log_2 4x$

56.【常用対数，n 進数の桁数】(2314) (2331) (2332)

・常用対数について説明できる。

・n 進数の桁数を計算することができる。

$\log_{10} 2 = 0.3010,\ \log_{10} 3 = 0.4771$ として，次の問いに答えよ。

（１）6^{30} は何桁の整数か。また，最高位の数字は何か。

（２）$\left(\dfrac{1}{3}\right)^{20}$ を小数で表したとき，小数第何位に初めて 0 でない数字が現れるか。

（３）10 進数の 3^{20} を 5 進法で表すと何桁の数になるか。

57.【三角形の角の二等分線と比】(1452) (1458)～(1460)

・角の二等分線と比について説明できる。

三角形 ABC の$\angle$A の二等分線と辺 BC との交点 P は，辺 BC を AB : AC に内分することを証明せよ。

58.【三角形の外心・内心・重心】(1454) (1463) (1467)

・三角形の外心・内心・重心の定義とその性質について説明できる。

（１）三角形の 3 辺の垂直二等分線は 1 点で交わることを証明せよ。

（２）三角形の 3 つの内角の二等分線は 1 点で交わることを証明せよ。

（３）AB=6, BC=5, CA=4 である三角形 ABC の内心を I とし，直線 AI と辺 BC の交点を D とする。AI : ID を求めよ。

（４）三角形の 3 つの中線の交点は各中線を 2 : 1 に内分することを証明せよ。

59.【チェバの定理，メネラウスの定理】(1456) (1471) (1473) (1474) (1476)

・チェバの定理，メネラウスの定理について説明できる。

三角形 ABC の辺 AB を 2 : 1 に内分する点を R，辺 AC を 2 : 3 に内分する点を Q とする。線分 BQ と線分 CR の交点を O，直線 AO と辺 BC の交点を P とする。

（１）BP : PC を求めよ。

（２）PO : OA を求めよ。

60.【円に内接する四角形】(1481) (1484)

・円に内接する四角形の角の性質について説明できる。

四角形が円に内接するとき，四角形の対角の和は 180° であることを証明せよ。

61.【接線の長さ】(1482) (1485)

・接線の長さの定義について説明できる。

・接線の長さの性質について説明できる。

円の外部の 1 点からその円に引いた 2 本の接線について，2 つの接線の長さは等しいことを証明せよ。

62.【接線と弦の作る角】(1482) (1486) (1487)

・接弦定理について説明できる。

円 O の弦 AB と，その端点 A における接線 AT が作る角 ∠BAT は，その角の内部に含まれる弧 AB に対する円周角 ∠ACB に等しいことを ∠BAT が鋭角，直角，鈍角の場合に分けて証明せよ。

63.【方べきの定理】(1482) (1489) (1490)

・方べきの定理について説明できる。

（1）円の 2 つの弦 AB, CD の交点，またはそれらの延長の交点を P とすると
PA・PB=PC・PD が成り立つことを証明せよ。
（2）円の外部の点 P から円に引いた接線の接点を T とする。P を通る直線がこの円と 2 点 A, B で交わるとき，PA・PB=PT^2 が成り立つことを証明せよ。

64.【空間の直線と平面】(1500) (1501) (1509)

・2 直線の位置関係，2 平面の位置関係について説明できる。

・直線と平面の位置関係について説明できる。

・直線と平面の垂直について説明できる。

・三垂線の定理について説明できる。

l を平面 α 上の直線，P を平面 α 上にない 1 点，A を直線 l 上の点，O を l 上にない平面 α 上の点とするとき，次を証明せよ。

（1）$\mathrm{PO} \perp \alpha$, $\mathrm{OA} \perp l$ ならば $\mathrm{PA} \perp l$。

（2）$\mathrm{PO} \perp \alpha$, $\mathrm{PA} \perp l$ ならば $\mathrm{OA} \perp l$。

（3）$\mathrm{PA} \perp l$, $\mathrm{OA} \perp l$, $\mathrm{PO} \perp \mathrm{AO}$ ならば $\mathrm{PO} \perp \alpha$。

65.【多面体】(1502) (1510)

・多面体，正多面体について説明できる。

・オイラーの多面体の定理について説明できる。

（1）正多面体は多くても 5 種類であることを証明せよ。

（2）正多面体（正四面体，正六面体，正八面体，正十二面体，正二十面体）について，面の数，面の形，1 頂点に集まる面の数，頂点の数，辺の数をそれぞれ答えよ。

66.【弧度法，扇形の弧の長さと面積】(2228) (2234)

・弧度法，1 ラジアンについて説明できる。

・扇形の弧の長さと面積について説明できる。

（1）1 ラジアンについて説明せよ。

（2）半径が 6，中心角が $\dfrac{2}{3}\pi$ である扇形の弧の長さと面積を求めよ。

67.【三角比と三角関数の定義，三角関数の相互関係】

(1202) (1205) (1206) (2228) (2230) (2233) (2235) (2236)

・三角比の定義について説明できる。

・三角関数の定義について説明できる。

・三角関数の相互関係について説明できる。

（１）$\tan\theta = -2$ のとき，$\sin\theta$, $\cos\theta$ の値をそれぞれ求めよ。

（２）等式 $\tan\theta + \dfrac{1}{\tan\theta} = \dfrac{1}{\sin\theta\cos\theta}$ が成り立つことを証明せよ。

（３）$\sin\theta + \cos\theta = \dfrac{1}{2}$ のとき，$\sin^3\theta + \cos^3\theta$ の値を求めよ。

68.【三角関数の性質】(2230) (2237)

・三角関数の性質について説明できる。

（１）次の等式が成り立つことをそれぞれ説明せよ。

$\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\theta$ 　　　　　$\cos\left(\dfrac{\pi}{2} + \theta\right) = -\sin\theta$

（２）次の式を簡単にせよ。

$\cos\theta + \cos\left(\theta + \dfrac{\pi}{2}\right) + \cos(\theta + \pi) + \cos\left(\theta + \dfrac{3\pi}{2}\right)$

69.【三角関数のグラフ】(2230) (2232) (2238)〜(2240)

・三角関数のグラフをかくことができる。

・周期関数について説明できる。

・偶関数，奇関数について説明できる。

関数 $y = 2\sin\left(2x - \dfrac{\pi}{3}\right)$ のグラフは，関数 $y = \sin x$ のグラフを x 軸および y 軸方向にどのように拡大または縮小し，さらに平行移動したものか説明せよ。

70.【正弦定理】(1226) (1229)

・正弦定理について説明できる。

三角形 ABC の外接円の半径を R とすると

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

が成り立つことを証明せよ。

71.【余弦定理】(1226) (1230)～(1237)

・余弦定理について説明できる。

三角形 ABC において

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc\cos A \\ b^2 &= c^2 + a^2 - 2ca\cos B \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab\cos C \end{aligned}$$

が成り立つことを証明せよ。

72.【三角形の面積，内接円の半径】(1226) (1228) (1240)〜(1244)

・三角比を用いた三角形の面積公式について説明できる。

・三角形の面積と内接円の半径の関係について説明できる。

・ヘロンの公式について説明できる。

三角形 ABC において，$a = 5,\ b = 6,\ c = 7$ のとき，次の問いに答えよ。

（１）三角形 ABC の面積を求めよ。

（２）三角形 ABC の内接円の半径を求めよ。

73.【三角比の空間図形への応用】(1500) (1249)〜(1253)

・2 平面のなす角について説明できる。

・平面図形を取り出して考えることができる。

（１）1 辺の長さが 2 である正八面体の隣り合う 2 面のなす角を θ とするとき，$\cos\theta$ の値を求めよ。

（２）1 辺の長さが a である正四面体の体積，外接球の半径，内接球の半径をそれぞれ a を用いて表せ。

74.【加法定理（１）】(2250) (2253) (2254)

・cos の加法定理について説明できる。

（１）座標平面上に 2 点 $\mathrm{P}(\cos\alpha,\ \sin\alpha)$，$\mathrm{Q}(\cos\beta,\ \sin\beta)$ をとり，余弦定理を利用して

$$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$$

が成り立つことを説明せよ。ただし $0<\beta<\dfrac{\pi}{2}<\alpha<\pi$ とする。

（２）（１）の β を $-\beta$ におき換えて

$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

が成り立つことを説明せよ。

75.【加法定理（２）】(2250) (2253) (2254)

・sin，tan の加法定理について説明できる。

次の等式が成り立つことを証明せよ。

$$\begin{aligned}
\sin(\alpha+\beta)&=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta\\
\sin(\alpha-\beta)&=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta\\
\tan(\alpha+\beta)&=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}\\
\tan(\alpha-\beta)&=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}
\end{aligned}$$

76.【２直線のなす角】(2256) (2257)

・加法定理を用いて 2 直線のなす角を求めることができる。

2 直線 $y=3x-1,\ y=-2x+4$ のなす鋭角を求めよ。

77.【2 倍角の公式】(2250) (2259) (2261)

・2 倍角の公式，3 倍角の公式について説明できる。

次の等式が成り立つことを証明せよ。

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$$
$$\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$$

78.【半角の公式】(2250) (2259)

・半角の公式について説明できる。

次の等式が成り立つことを証明せよ。

$$\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{2} \qquad \cos^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1+\cos\alpha}{2} \qquad \tan^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}$$

79.【和と積の変換公式】(2252) (2274) (2275)

・和と積の変換公式について説明できる。

（１）加法定理を利用して次の等式が成り立つことを証明せよ。

$$\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\{\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)\}$$
$$\cos\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}\{\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)\}$$
$$\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\{\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)\}$$
$$\sin\alpha\sin\beta = -\frac{1}{2}\{\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)\}$$

（２）（１）において，$\alpha+\beta=A$，$\alpha-\beta=B$ とおくことで，次の等式が成り立つことを証明せよ。

$$\sin A+\sin B = 2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$$
$$\sin A-\sin B = 2\cos\frac{A+B}{2}\sin\frac{A-B}{2}$$
$$\cos A+\cos B = 2\cos\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$$
$$\cos A-\cos B = -2\sin\frac{A+B}{2}\sin\frac{A-B}{2}$$

80.【三角関数の合成】(2252) (2266) (2267)

・三角関数の合成について説明できる。

次の式を $r\sin(\theta+\alpha)$ および $r\cos(\theta+\alpha)$ の形で表せ。

ただし，$r>0$, $-\pi<\alpha\leqq\pi$ とする。

（１）$\sin\theta-\sqrt{3}\cos\theta$　　（２）$2\sin\theta+\cos\theta$

81.【三角関数の最大・最小】(2246) (2262) (2263) (2269)～(2273)

・三角関数の最大値・最小値を求めることができる。

（１）$0\leqq x\leqq\pi$ とする。関数 $y=\cos 2x-2\cos x$ の最大値および最小値を求めよ。

（２）$0\leqq x\leqq\pi$ とする。関数 $y=3\sin x+4\cos x$ の最大値および最小値を求めよ。

（３）$0\leqq x\leqq\dfrac{\pi}{2}$ とする。関数 $y=\sin^2 x+\sin x\cos x+2\cos^2 x$ の最大値および最小値を求めよ。

82.【三角関数と方程式・不等式】(2242)～(2245) (2260) (2268) (2277)

・三角関数のさまざまな公式を利用して方程式，不等式を解くことができる。

$0\leqq x<2\pi$ のとき，次の方程式，不等式を解け。ただし，α は $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$ をみたす定角とする。

（１）$\cos 2x+\cos x=0$　　（２）$\sin x=\cos\alpha$

（３）$\sin x>\sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)$　　（４）$1\leqq\sin x-\sqrt{3}\cos x\leqq\sqrt{3}$

83.【和の法則，積の法則】(1288) (1294)～(1297)

・和の法則，積の法則について説明できる。

（１）大小 2 個のさいころを投げるとき，目の和が 5 の倍数になる場合は，何通りあるか。

（２）大中小 3 個のさいころを投げるとき，目の出方は何通りあるか。

84.【順列，円順列，重複順列】(1300) (1304)～(1313)

・順列，階乗，円順列，重複順列について説明できる。

（１）男子３人，女子２人が１列に並ぶとき，女子２人が隣り合うような並び方は，何通りあるか。

（２）両親と子ども４人の合計６人が円形のテーブルに座るとき，両親が向かい合う並び方は何通りあるか。

（３）９人を，区別をしない２つの部屋に入れる方法は何通りあるか。ただし，それぞれの部屋には少なくとも１人は入れるものとする。

85.【組合せ，同じものを含む順列，重複組合せ】(1302) (1316)～(1334)

・順列と組合せの違いについて説明できる。

・同じものを含む順列について説明できる。

・重複組合せについて説明できる。

（１）正十角形の対角線の本数を求めよ。

（２）1, 1, 1, 2, 2, 3, 3 の７個の数字を全部使ってできる７桁の整数は何個あるか。

（３）$x+y+z=8$ を満たす負でない整数 $(x,\ y,\ z)$ の組は何個あるか。

86.【確率の定義，和事象の確率，余事象の確率】(1340) (1342)～(1351)

・確率の定義について説明できる。

・和事象の確率，余事象の確率について説明できる。

（１）2 個のさいころを同時に投げるとき，出る目の和が 5 になる確率を求めよ。

（２）1 から 100 までの数字が書かれた 100 枚のカードから 1 枚を取り出すとき，そのカードに書かれた数字が 2 の倍数または 3 の倍数である確率を求めよ。

（３）2 個のさいころを同時に投げるとき，少なくとも 1 個は 3 の倍数の目が出る確率を求めよ。

87.【独立な試行の確率，反復試行の確率】(1354) (1356)～(1362)

・独立な試行の確率について説明できる。

・反復試行の確率について説明できる。

（１）袋 A には白玉 3 個，赤玉 2 個，袋 B には白玉 1 個，赤玉 4 個が入っている。袋 A，袋 B から玉を 1 個ずつ取り出すとき，取り出した 2 個の玉が同じ色である確率を求めよ。

（２）1 個のさいころを 5 回投げるとき，3 の倍数の目が 4 回以上出る確率を求めよ。

88.【条件付き確率，乗法定理，原因の確率】(1354) (1367)～(1371)

・条件付き確率について説明できる。

・確率の乗法定理について説明できる。

（１）袋の中に赤玉 7 個と白玉 5 個が入っている。袋の中から玉をもとに戻さずに 1 個ずつ取り出すとき，4 回目にはじめて白玉が出る確率を求めよ。

（２）箱 A には白玉 5 個と赤玉 3 個，箱 B には白玉 2 個と赤玉 4 個が入っている。まず，任意に 1 つの箱を選び，次にその箱の中から玉を 1 個取り出すものとする。取り出された玉の色が白であったとき，それが箱 B から取り出された確率を求めよ。

89.【データの代表値】(1258) (1262)〜(1264)

・データの代表値について説明できる。

次のデータの平均値，中央値，最頻値をそれぞれ求めよ。

$$8,\ 2,\ 5,\ 0,\ 4,\ 9,\ 3,\ 6,\ 1,\ 5,\ 4,\ 3,\ 6,\ 3,\ 3,\ 0,\ 3,\ 2,\ 4,\ 5$$

90.【データの散らばりと四分位範囲】(1258) (1259) (1265)〜(1269)

・四分位数，四分位範囲，四分位偏差について説明できる。

・箱ひげ図をかくことができる。

次のデータの第 1 四分位数，第 2 四分位数，第 3 四分位数を求め，箱ひげ図をかけ。また，四分位範囲と四分位偏差を求めよ。

$$10,\ 12,\ 18,\ 21,\ 31,\ 33,\ 42,\ 45,\ 48,\ 52,\ 56$$

91.【分散と標準偏差，データの相関】(1260) (1270)～(1279)

・分散，標準偏差について説明できる。

・散布図から相関関係を説明することができる。

・共分散，相関係数について説明できる。

下の表は，10 人の生徒に 10 点満点の 2 種類のテスト A，B を行った得点の結果である。テスト A の得点を x 点，テスト B の得点を y 点として，次の問いに答えよ。

生徒の番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x（点）	8	10	6	4	9	7	8	4	5	9
y（点）	4	5	6	7	5	5	3	9	10	6

（1）x, y の平均値，分散をそれぞれ求めよ。

（2）x と y の共分散，相関係数を求めよ。ただし，相関係数は小数第 4 位を四捨五入し，小数第 3 位まで求めよ。

92.【等差数列】(2432) (2434)〜(2439)

・等差数列の定義と一般項，和の求め方について説明できる。

一般項が $a_n = 3n - 1$ で表される数列 $\{a_n\}$ について，次の問いに答えよ。

（1）数列 $\{a_n\}$ は等差数列であることを証明せよ。

（2）数列 $\{a_n\}$ の初項と公差を求めよ。

（3）数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を求めよ。

93.【等比数列】(2432) (2443) (2444) (2446)〜(2449)

・等比数列の定義と一般項，和の求め方について説明できる。

（1）第 3 項が 54，第 6 項が 16 である等比数列の初項と公比を求めよ。

（2）初項 a，公比 r の等比数列の初項から第 n 項までの和 S_n は， $r \neq 1$ のとき

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$$

であることを証明せよ。

94.【等差中項，等比中項】(2432) (2445)

・等差数列，等比数列に関する性質について説明できる。

a, b は異なる実数とする。数列 1, a, b が等比数列であり，数列 a, 1, b が等差数列であるとき，a, b の値を求めよ。

95.【数列の和の公式】(2454) (2456)〜(2459)

・Σ 記号の意味と公式について説明できる。

・数列の和を Σ 記号を用いて表すことができる。

（１）恒等式 $(k+1)^3 - k^3 = 3k^2 + 3k + 1$ を利用して，次の等式を証明せよ。

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

（２）恒等式 $(k+1)^4 - k^4 = 4k^3 + 6k^2 + 4k + 1$ を利用して，次の等式を証明せよ。

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left\{\frac{1}{2}n(n+1)\right\}^2$$

（３）次の和を求めよ。

$$1 \cdot n + 2 \cdot (n-1) + 3 \cdot (n-2) + \cdots\cdots + n \cdot 1$$

96.【階差数列，和と一般項】(2454) (2461) (2463)

・階差数列の定義，数列の和と一般項の関係について説明できる。

（１）数列 1, 2, 5, 10, 17, 26, …… の一般項を求めよ。

（２）初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n = 3n^2 - 2n$ で表される数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

97.【いろいろな数列の和】(2464)〜(2467)

・階差型数列の和の求め方について説明できる。

・（等差数列）×（等比数列）の和の求め方について説明できる。

（１）恒等式 $\dfrac{1}{k(k+1)}=\dfrac{1}{k}-\dfrac{1}{k+1}$ を利用して，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\dfrac{1}{k(k+1)}$ を求めよ。

（２）恒等式 $k(k+1)=\dfrac{1}{3}\{k(k+1)(k+2)-(k-1)k(k+1)\}$ を利用して，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n}k(k+1)$ を求めよ。

（３）次の和 S を求めよ。

$$S=1\cdot 1+2\cdot 2+3\cdot 2^2+\cdots\cdots+n\cdot 2^{n-1}$$

98.【格子点の個数】(2471) (2472)

・格子点の個数の求め方について説明できる。

連立不等式 $x\geqq\ 0,\ y\geqq\ 0,\ x+2y\leqq\ 2n$ をみたす整数 $(x,\ y)$ の組の個数を求めよ。

99.【漸化式（1）】(2477) (2479)～(2481)

・基本的な漸化式の一般項の求め方について説明できる。

次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

（1）$a_1 = 3,\ a_{n+1} = a_n + 2$　　（2）$a_1 = 2,\ a_{n+1} = 3a_n$

（3）$a_1 = 1,\ a_{n+1} = a_n + 2^n$　　（4）$a_1 = 1,\ a_{n+1} = 3a_n + 4$

100.【漸化式（2）】(2482)～(2485) (2492)～(2494)

・さまざまな 2 項間漸化式，3 項間漸化式の一般項の求め方について説明できる。

次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

（1）$a_1 = 3,\ a_{n+1} = 2a_n - n$　　（2）$a_1 = 3,\ a_{n+1} = 2a_n - 3^{n+1}$

（3）$a_1 = \dfrac{1}{4},\ a_{n+1} = \dfrac{a_n}{3a_n + 1}$　　（4）$a_1 = 1,\ a_{n+1} = 2{a_n}^2$

（5）$a_1 = 1,\ a_2 = 3,\ a_{n+2} - a_{n+1} - 12a_n = 0$

101.【漸化式（3）】(2495)～(2498)

・連立漸化式の一般項の求め方について説明できる。

数列 $\{a_n\},\ \{b_n\}$ が $a_1 = 4,\ b_1 = 1,\ a_{n+1} = 3a_n + b_n,\ b_{n+1} = a_n + 3b_n$ を満たすとき，数列 $\{a_n\},\ \{b_n\}$ の一般項を求めよ。

102.【数学的帰納法】(2478) (2507)〜(2513)

・数学的帰納法の原理を説明できる。

・数学的帰納法がどのように利用されるのかを説明できる。

（１）すべての自然数 n に対して，等式

$$(\cos\theta + i\sin\theta)^n = \cos n\theta + i\sin n\theta$$

が成り立つことを数学的帰納法を用いて証明せよ。ただし，i は虚数単位とする。

（２）すべての自然数 n に対して，$2^{n+1} + 3^{2n-1}$ は 7 の倍数であることを数学的帰納法を用いて証明せよ。

（３）x, y の和と積が整数ならば，すべての自然数 n に対して，$x^n + y^n$ は整数であることを数学的帰納法を用いて証明せよ。

103.【数列の極限】(3182) (3184) (3186)〜(3192)

・数列の収束・発散について説明できる。

・はさみうちの原理について説明できる。

次の極限を求めよ。

（1）$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{3n^2+n-1}{2n^2-3n+3}$　　（2）$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{n^2+3}{2n-1}$

（3）$\displaystyle\lim_{n\to\infty}(\sqrt{n^2+4n}-n)$　　（4）$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sin\frac{n\pi}{3}$

104.【無限等比数列】(3184) (3193)〜(3195)

・無限等比数列の収束・発散について説明できる。

・無限等比数列の収束条件について説明できる。

次の極限を求めよ。

（1）$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{4^{n+1}-3^n}{4^n+3^n}$　　（2）$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{5^n-3^n}{2^n}$

105.【漸化式と極限】(3198)〜(3200)

・漸化式が与えられた数列の極限を計算できる。

次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の極限を求めよ。

$$a_1=2,\ a_{n+1}=\frac{1}{2}a_n+3\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

106.【無限級数】(3214) (3216) (3221)〜(3223)

・無限級数について説明できる。

・無限級数の和について説明できる。

次の無限級数の収束，発散について調べ，収束するときはその和を求めよ。

（１）$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$　　（２）$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$

107.【無限等比級数】(3214) (3217)〜(3219)

・無限等比級数について説明できる。

・無限等比級数の和について説明できる。

・無限等比級数の収束条件について説明できる。

次の無限等比級数の収束，発散について調べ，収束するときはその和を求めよ。

（１）$1+\sqrt{2}+2+\cdots\cdots$　　（２）$1-\dfrac{2}{3}+\dfrac{4}{9}-\cdots\cdots$

108.【無限級数の収束・発散と項の極限】(3214) (3224) (3225)

・無限級数の収束・発散に関する命題について説明できる。

（１）無限級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ が収束するならば $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ であることを示せ。

（２）（１）の命題の逆は成り立つとは限らない（偽である）が，その反例を１つ答えよ。

（３）無限級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n+1}$ は発散することを示せ。

109.【平面の点の座標】(2130) (2134)～(2138)

・平面座標の内分点，外分点，重心の座標について説明できる。

・座標を用いた命題の証明ができる。

$\triangle$ ABC の辺 BC の中点を M とするとき，$\mathrm{AB}^2+\mathrm{AC}^2=2(\mathrm{AM}^2+\mathrm{BM}^2)$ が成り立つことを座標を用いて証明せよ。

110.【直線の方程式】(2132) (2139)

・直線の方程式について説明できる。

次の直線の方程式を求めよ。

（１）点 $(2,\ 1)$ を通り傾きが 3 の直線。

（２）2 点 $(-1.\ 4),\ (2,\ -2)$ を通る直線。

（３）2 点 $(5,\ 0),\ (0,\ 2)$ を通る直線。

111.【２直線の平行と垂直】(2132) (2140)～(2142)

・2 直線の平行・垂直条件について説明できる。

a を実数とする。2 直線 $l : 2ax+(a-1)y+3=0,\ m : x-ay-1=0$ が平行および垂直であるときの a の値をそれぞれ求めよ。

112.【直線に関して対称な点】(2147) (2148)

・線対称な点の座標を求めることができる。

$O(0,\ 0)$, $A(3,\ 1)$ とするとき，直線 $x-2y=6$ 上にある点 P に対して $OP+PA$ を最小にする点 P の座標を求めよ。

113.【点と直線の距離，三角形の面積】(2132) (2149)～(2151)

・点と直線の距離の公式について説明できる。

・座標に関する三角形の面積公式について説明できる。

一直線上にない相異なる 3 点 $O(0,\ 0)$, $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ がある。

(1) 直線 OB の方程式を求めよ。

(2) 点 A と直線 OB の距離を求めよ。

(3) 三角形 OAB の面積 S は

$$S=\frac{1}{2}|x_1y_2-x_2y_1|$$

で表されることを示せ。

114.【円の方程式】(2158) (2160)〜(2163)

・円の方程式について説明できる。

次の円の方程式を求めよ。

（１）中心が点 $(1,\ 2)$，半径が 3 の円。

（２）3 点 $(-1,\ 0),\ (2,\ 1),\ (3,\ -2)$ を通る円。

（３）2 点 $(-2,\ 1),\ (4,\ 5)$ を直径の両端とする円。

115.【円と直線の位置関係】(2158) (2164) (2165)

・円と直線の位置関係について説明できる。

円 $x^2+y^2=10$ と直線 $y=2x+k$ について，次の問いに答えよ。

（１）$k=1$ のとき，共有点の座標を求めよ。

（２）共有点をもつとき，定数 k の値の範囲を求めよ。

（３）接するとき，定数 k の値と接点の座標を求めよ。

116.【円の接線】(2158) (2166)～(2169)

・円の接線の方程式について説明できる。

（1）円 $x^2+y^2=25$ 上の点，$(3,\ 4)$ における接線の方程式を求めよ。

（2）円 $(x-3)^2+(y-2)^2=5$ 上の点 $(1,\ 3)$ における接線の方程式を求めよ。

（3）点 $(3,\ 1)$ を通り，円 $x^2+y^2=5$ に接する直線の方程式を求めよ。

117.【2つの円】(1482) (2173)～(2179)

・2円の位置関係について説明できる。

・2曲線の共有点を通る曲線群について説明できる。

2つの円 $C_1: x^2+y^2=5,\ C_2: (x-1)^2+(y-2)^2=4$ について，次の問いに答えよ。

（1）2つの円 C_1 と C_2 は異なる2点で交わることを示せ。

（2）2つの円 C_1 と C_2 の交点を通る直線の方程式を求めよ。

（3）2つの円 C_1 と C_2 の交点と点 $(0,\ 3)$ を通る円の中心と半径を求めよ。

118.【軌跡と方程式（１）】(2189) (2191)〜(2195)

・連立方程式の同値変形について説明できる。

・与えられた条件を満たす点の集合（軌跡）を求めることができる。

（１）2 点 (1, 0), (4, 0) からの距離の比が 1 : 2 である点の軌跡を求めよ。

（２）2 点 A(4, 0), B(5, 3) と円 $x^2 + y^2 = 9$ 上の点 P に対して，△ ABP の重心 G の軌跡を求めよ。

（３）a は定数とする。放物線 $y = x^2 - 2(a-1)x - 2a + 3$ の頂点の軌跡を求めよ。

119.【軌跡と方程式（２）】(2189) (2194)〜(2202)

・同値変形に注意を要する軌跡を求めることができる。

（１）直線 $y = mx$ が放物線 $y = x^2 + 1$ と異なる 2 点 P，Q で交わるとき，線分 PQ の中点 M の軌跡を求めよ。

（２）a を実数の定数とする。2 直線 $ax - y + 1 = 0,\ x + ay - 1 = 0$ の交点の軌跡を求めよ。

120.【不等式の表す領域（１）】(2190) (2203)〜(2205)

・不等式の表す領域を図示できる。

次の不等式の表す領域を図示せよ。

（１）$y > 2x - 1$　　（２）$2x + 3y < 6$

（３）$x < 3$　　（４）$y \leqq x^2 + 1$

（５）$x^2 + y^2 \leqq 4$　　（６）$(x-1)^2 + (y-2)^2 > 5$

121.【不等式の表す領域（２）】(2190) (2206)〜(2208)

・正領域，負領域について説明できる。

次の不等式，連立不等式の表す領域を図示せよ。

（１）$\begin{cases} x^2 + y^2 < 5 \\ y > 2x \end{cases}$　　（２）$(2x + y)(x - y + 3) > 0$

122.【領域と最大・最小】(2190) (2210)〜(2213)

・不等式を条件とする２変数関数の最大値・最小値を求めることができる。

$x,\ y$ が４つの不等式

$$x \geqq 0,\ y \geqq 0,\ 2x + 3y \leqq 12,\ 2x + y \leqq 8$$

を満たすとき，$x + 2y$ の最大値および最小値を求めよ。

123.【曲線の通過領域，点の存在範囲】(2215)〜(2221)

・直線や曲線の通過領域の考え方を説明できる。

・条件を満たす点の存在範囲の考え方を説明できる。

（１）実数 t に対して，直線 $l : y = 2tx - t^2$ を考える。t がすべての実数値をとるとき，直線 l が通過する範囲を図示せよ。

（２）実数 x, y が $x^2 + y^2 \leqq 8$ を満たしながら変化するとき，点 $(x + y,\ xy)$ の存在範囲を図示せよ。

124.【領域と命題】(2209)

・不等式の表す領域を利用して，命題の真偽を判断することができる。

命題「$x^2 + y^2 < 4$ ならば $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 < k$」が真となるような定数 k の最小値を求めよ。

125.【放物線】(3014) (3019) (3020) (3032)

・放物線の定義について説明できる。

（１）焦点が点 $(2,\ 0)$，準線が直線 $x=-2$ である放物線の方程式を求めよ。

（２）放物線 $y=x^2$ の焦点と準線を求めよ。

126.【楕円（１）】(3014) (3021)～(3023) (3033)

・楕円の定義ついて説明できる。

次の楕円の長軸の長さ，短軸の長さ，焦点を求めよ。

（１）$\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$　　（２）$9x^2+4y^2=9$

127.【楕円（２）】(3024)

・楕円と円の関係について説明できる。

（１）2 点 $(3,\ 0)$，$(-3,\ 0)$ を焦点とし，焦点からの距離の和が 10 である楕円の方程式を求めよ。

（２）円 $x^2+y^2=1$ を y 軸をもとにして x 軸方向に 2 倍，x 軸をもとにして y 軸方向に 3 倍にそれぞれ拡大してできる曲線の方程式を求めよ。

128.【双曲線】(3016) (3025)～(3027)

・双曲線の定義について説明できる。

（１）双曲線 $\dfrac{x^2}{16} - \dfrac{y^2}{9} = 1$ の頂点，焦点および漸近線を求めよ。

（２）2 点 $(0,\ 5)$，$(0,\ -5)$ を焦点とし，焦点からの距離の差が 8 である双曲線の方程式を求めよ。

129.【２次曲線と平行移動，２次曲線と直線】(3018) (3028)～(3030) (3039) (3041)

・2 次曲線の平行移動について説明できる。

・2 曲線の共有点の座標を求めることができる。

・2 次曲線の接線の方程式を求めることができる。

（１）曲線 $4x^2 + 9y^2 - 16x - 18y - 11 = 0$ の概形をかけ。

（２）k は定数とする。双曲線 $x^2 - y^2 = 1$ と直線 $y = 2x + k$ の共有点の個数を調べよ。

130.【離心率】(3040) (3057)

・2 次曲線の離心率について説明できる。

（１）点 $(3,\ 0)$ からの距離と直線 $x = -3$ からの距離の比が $1:1$ である点の軌跡を求めよ。

（２）点 $(3,\ 0)$ からの距離と直線 $x = -3$ からの距離の比が $1:2$ である点の軌跡を求めよ。

（３）点 $(3,\ 0)$ からの距離と直線 $x = -3$ からの距離の比が $2:1$ である点の軌跡を求めよ。

131.【不等式の表す領域（３）】

・境界線が 2 次曲線である不等式の表す領域について説明できる。

次の不等式の表す領域を図示せよ。

（１）$\dfrac{(x-2)^2}{4} + \dfrac{y^2}{9} < 1$　　（２）$x^2 - 4y^2 > -4$

132.【媒介変数表示】(3062) (3064)〜(3067)

・2 次曲線の媒介変数表示について説明できる。

次の媒介変数表示は，どのような曲線を表すか。

（1）$x = 3\cos\theta + 1,\ y = 3\sin\theta + 2$　　（2）$x = 3\cos\theta - 2,\ y = 2\sin\theta + 1$

（3）$x = \dfrac{2}{\cos\theta} + 3,\ y = 3\tan\theta - 1$

133.【極座標】(3077) (3080) (3081)

・極座標について説明できる。

・極座標と直交座標の変換ができる。

（１）（２）の極座標を直交座標で，（３）（４）の直交座標を極座標で表せ。ただし，極座標の偏角 θ は $0 \leqq \theta < 2\pi$ とする。

（１）$\left(4,\ \dfrac{\pi}{3}\right)$　　（２）$\left(6,\ -\dfrac{\pi}{4}\right)$

（３）$(-3\sqrt{3},\ 3)$　　（４）$(0,\ -4)$

134.【極方程式】(3078) (3082)～(3089)

・極方程式について説明できる。

次の極方程式で表される曲線を図示せよ。

（１）$r = 2$　　（２）$\theta = \dfrac{\pi}{3}$

（３）$r = 2\cos\theta$　　（４）$r\cos\theta = 2$

（５）$r\cos\left(\theta - \dfrac{\pi}{6}\right) = 2$　　（６）$r^2(3\cos^2\theta + 1) = 4$

135.【ベクトルの内積】(2534) (2540)〜(2544) (2548) (2594) (2595) (2603)〜(2606)

・内積の定義について説明できる。

・内積の性質について説明できる。

（1）$\angle B = 90^\circ$，$AB = 3$ である直角三角形 ABC において，内積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ を求めよ。

（2）任意の 2 つのベクトル $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ に対して，$|\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b}| \leqq |\overrightarrow{a}||\overrightarrow{b}|$ が成り立つことを証明せよ。

（3）$OA = 5,\ OB = 6,\ AB = 7$ である三角形 OAB に対して，$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ を求めよ。

136.【三角形の面積】(2545) (2546) (2605)

・内積を利用した三角形の面積の求め方について説明できる。

（1）三角形 OAB において，$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{b}$ とする。また，三角形 OAB の面積を S とする。

$$S = \frac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{a}|^2|\overrightarrow{b}|^2 - (\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b})^2}$$

と表されることを示せ。

（2）$O(0,\ 0),\ A(a_1,\ a_2),\ B(b_1,\ b_2)$ とするとき，（1）の S は

$$S = \frac{1}{2}|a_1b_2 - a_2b_1|$$

と表されることを示せ。

（3）$A(-4,\ 3),\ B(-1,\ 2),\ C(3,\ -1)$ のとき，三角形 ABC の面積を求めよ。

（4）$A(1,\ 3,\ -2),\ B(2,\ 2,\ 2),\ C(-1,\ 4,\ -2)$ のとき，三角形 ABC の面積を求めよ。

137.【位置ベクトル】(2555) (2558)〜(2560) (2596) (2609)

・位置ベクトルについて説明できる。

・内分点・外分点・重心の位置ベクトルについて説明できる。

（１）2 点 A($\overrightarrow{a}$), B($\overrightarrow{b}$) を結ぶ線分 AB を $m:n$ に内分する点 P の位置ベクトル $\overrightarrow{p}$ は

$$\overrightarrow{p}=\frac{n\overrightarrow{a}+m\overrightarrow{b}}{m+n}$$

と表されることを示せ。

（２）3 点 A($\overrightarrow{a}$), B($\overrightarrow{b}$), C($\overrightarrow{c}$) を頂点とする三角形 ABC の重心 G の位置ベクトル $\overrightarrow{g}$ は

$$\overrightarrow{g}=\frac{\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}+\overrightarrow{c}}{3}$$

と表されることを示せ。

138.【ベクトル方程式（１）】(2556) (2557) (2588)

・ベクトル方程式について説明できる。

・直線と円のベクトル方程式について説明できる。

（１）$\overrightarrow{n} = (a,\ b)$ は直線 $ax + by + c = 0$ の法線ベクトルであることを示せ。

（２）点 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$ と直線 $ax + by + c = 0$ の距離は

$$\frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

で与えられることを示せ。

139.【ベクトル方程式（２）】(2556) (2577)～(2581)

・さまざまなベクトル方程式について説明できる。

（１）平面上の 2 点 $\mathrm{A}(\overrightarrow{a}),\ \mathrm{B}(\overrightarrow{b})$ を結ぶ線分 AB を直径とする円のベクトル方程式は

$$(\overrightarrow{p} - \overrightarrow{a}) \cdot (\overrightarrow{p} - \overrightarrow{b}) = 0$$

で与えられることを示せ。

（２）平面上の点 $\mathrm{C}(\overrightarrow{c})$ を中心とする半径 r の円周上の点を $\mathrm{A}(\overrightarrow{a})$ とする。点 A におけるこの円の接線のベクトル方程式は

$$(\overrightarrow{a} - \overrightarrow{c}) \cdot (\overrightarrow{p} - \overrightarrow{c}) = r^2$$

で与えられることを示せ。

140.【共線条件】(2561) (2610) (2614)

・3 点が同一直線上にあるための条件について説明できる。

平行四辺形 ABCD において，辺 CD を 2 : 1 に内分する点を E，対角線 BD を 3 : 1 に内分する点を F とする。3 点 A，F，E は一直線上にあることを証明せよ。

141.【2 直線の交点】(2524) (2562)〜(2574) (2594) (2611)

・一次独立について説明できる。

・2 直線の交点の位置ベクトルを求めることができる。

三角形 OAB において，辺 OA を 2 : 1 に内分する点を C，辺 OB の中点を D とする。また，線分 AD と線分 BC の交点を P，線分 OP の延長が辺 AB と交わる点を Q とし，$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \overrightarrow{b}$ とする。このとき，次の各問いに答えよ。

（1）$\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を $\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{b}$ を用いて表せ。

（2）$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ を $\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{b}$ を用いて表せ。

142.【共面条件】(2612) (2614)

・4 点が同一平面上にあるための条件について説明できる。

3 点 A(0, 1, 2), B(1, 0, 2), C(2, 1, 0) の定める平面 ABC 上に点 P(0, 0, z) があるとき，z の値を求めよ。

143.【直線と平面の交点】(2613)

・直線と平面の交点の位置ベクトルを求めることができる。

四面体 OABC において，辺 OA を 1 : 2 に内分する点を D，辺 OB の中点を E，辺 OC を 3 : 1 に内分する点を F とする。また，三角形 DEF の重心を G，線分 OG の延長が平面 ABC と交わる点を H とし，$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \vec{b}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$ とする。このとき，次の問いに答えよ。

（1）$\overrightarrow{\mathrm{OG}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。

（2）$\overrightarrow{\mathrm{OH}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ を用いて表せ。

144.【球面の方程式】(2596) (2628)～(2631)

・球面の方程式について説明できる。

次のような球面の方程式を求めよ。

（１）中心が点 $(1,\ 2,\ -3)$，半径が 3 の球面。

（２）2 点 $(-1,\ 3,\ 4),\ (3,\ 1,\ 0)$ を直径の両端とする球面。

145.【複素数平面】(3098) (3103)

・複素数を複素数平面上に図示できる。

・複素数 z が実数または純虚数であるための条件について説明できる。

$\alpha = 2 + i,\ \beta = 1 + 2i$ とするとき，$\alpha + \beta,\ \alpha - \beta,\ 2\alpha,\ \overline{\alpha}$ を複素数平面上に図示せよ。ただし，$\overline{\alpha}$ は α の共役な複素数とする。

146.【複素数の絶対値】(3098) (3100) (3104)〜(3106)

・複素数の絶対値について説明できる。

$\alpha = 3 + i,\ \beta = -1 + 4i$ とするとき，$|\alpha|,\ |\alpha - \beta|$ の値を求めよ。

147.【極形式】(3100) (3102) (3107)～(3111)

・複素数の極形式について説明できる。

・極形式で表された複素数の積・商について説明できる。

$\alpha = -1 + i,\ \beta = 1 + \sqrt{3}i$ のとき，$\alpha,\ \beta,\ \alpha\beta,\ \dfrac{\alpha}{\beta}$ をそれぞれ極形式で表せ。

148.【回転移動】(3102) (3112)～(3115)

・複素数平面における回転移動について説明できる。

$\alpha = 2 + i,\ \beta = 4 - i$ とする。点 β を，点 α を中心として $\dfrac{\pi}{3}$ だけ回転した点を表す複素数 γ を求めよ。

149.【ド・モアブルの定理】(3102) (3119)〜(3121) (3124)〜(3126)

・ド・モアブルの定理について説明できる。

（1）$(\sqrt{3}+i)^{10}$ を計算せよ。

（2）方程式 $z^8=1$ を解け。

（3）方程式 $z^4=-8-8\sqrt{3}i$ を解け。

150.【方程式の表す図形】(3135) (3137)〜(3142) (3152)

・複素数平面上の方程式の表す図形について説明できる。

次の方程式を満たす点 z 全体はどのような図形か。

（1）$|z-3+4i|=5$　　（2）$|z-1|=|z-i|$

（3）$2|z-2i|=|z+i|$

151.【複素数平面上の軌跡】(3143) (3144)

・複素数平面上の点の軌跡について説明できる。

$w = 2i(z+2)+3$ とする。点 z が原点 O を中心とする半径 2 の円周上を動くとき，点 w はどのような図形をえがくか。

152.【三角形の形状】(3136) (3146)〜(3150)

・複素数の表す三角形の形状について説明できる。

・平行・垂直条件について説明できる。

異なる 3 つの複素数 $\alpha,\ \beta,\ \gamma$ の間に，等式

$$\sqrt{3}i\alpha - (1+\sqrt{3}i)\beta + \gamma = 0$$

が成り立つとき，3 点 $\mathrm{A}(\alpha),\ \mathrm{B}(\beta),\ \mathrm{C}(\gamma)$ を頂点とする三角形 ABC の 3 つの角の大きさを求めよ。

153.【微分係数，導関数】(2340) (2343) (2346)

・平均変化率，微分係数，導関数について説明できる。

（１）関数 $f(x) = x^3$ の $x = 2$ における微分係数 $f'(2)$ を定義に従って計算せよ。

（２）n を自然数とする。関数 $f(x) = x^n$ の導関数は $f'(x) = nx^{n-1}$ であることを二項定理を用いて証明せよ。

154.【接線の方程式】(2356) (2358)～(2361)

・微分を用いて接線の方程式を求めることができる。

曲線 $y = x^2 - 2x + 3$ について，次の問いに答えよ。

（１）点 (2, 3) における接線の方程式を求めよ。

（２）点 (2, 2) を通る接線の方程式を求めよ。

155.【増減と極値】(2356) (2362)〜(2364) (2368) (2369)

・関数の増減を調べることができる。

・極値について説明できる。

（１）関数 $f(x) = x^3 - 3x^2 + ax$ が $x = 3$ で極小となるように定数 a の値を定めよ。

（２）関数 $f(x) = x^3 + ax^2 + (2a+1)x + 1$ が極値をもたないように定数 a の値の範囲を定めよ。

156.【関数のグラフ】(2356) (2362)〜(2365)

・増減を調べてグラフをかくことができる。

次の関数のグラフをかけ。

（１）$y = -x^3 + 3x$　　　　（２）$y = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$

（３）$y = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 5$

157.【最大・最小】(2356) (2374)〜(2377)

・変数を設定して最大・最小を考えることができる。

半径 3 の球に内接する直円柱のうちで，体積が最大となるときの底面の半径，高さ，および体積を求めよ。

158.【方程式の実数解の個数】(2356) (2384)～(2386)

・微分を利用して方程式の実数解について考えることができる。

a を定数とする。3 次方程式 $x^3 - 3x^2 - 9x - a = 0$ の異なる実数解の個数を調べよ。

159.【不等式の証明（２）】(2356) (2390)

・微分を利用して不等式の証明ができる。

$x > 0$ のとき，$x^3 + 5 > 3x^2$ が成り立つことを証明せよ。

160.【定積分（１）】(2396) (2399) (2400) (2402) (2414)

・定積分について説明できる。

・定積分の計算ができる。

次の定積分を求めよ。

（１）$\displaystyle\int_{-2}^{1} x^2dx + \int_{1}^{3} x^2dx$　　（２）$\displaystyle\int_{-3}^{3} (x^3 - 2x^2 + 4x + 1)dx$

（３）$\displaystyle\int_{0}^{3} |x-1|dx$

161.【定積分と微分（１）】(2396) (2405)〜(2407)

・定積分と微分の関係について説明できる。

次の等式を満たす関数 $f(x)$，および定数 a の値を求めよ。

$$\int_{a}^{x} f(t)dt = x^2 - 2x - 3$$

162.【面積（１）】(2398) (2409)

・定積分と面積の関係について説明できる。

・面積の計算ができる。

（１）曲線 $y = x^3 + 1$，x 軸，および直線 $x = 2$ で囲まれた図形の面積を求めよ。

（２）曲線 $y = x^3 - 2x^2 - x + 2$ と x 軸で囲まれた 2 つの部分の面積の和を求めよ。

163.【面積（２）】(2404) (2410) (2411)

・公式を利用した面積の計算ができる。

（１）等式 $\displaystyle\int_\alpha^\beta (x-\alpha)(x-\beta)dx = -\frac{1}{6}(\beta-\alpha)^3$ が成り立つことを示せ。

（２）放物線 $y = -x^2 + x + 2$ と x 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。

（３）放物線 $y = x^2 + 4x - 5$ と直線 $y = 2x + 3$ で囲まれた図形の面積を求めよ。

164.【関数の極限（１)】(3237) (3241) (3245)

・基本的な関数の極限（$x \to a$）の計算ができる。

次の極限を求めよ。

（１）$\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{x-2}{x^3-8}$ （２）$\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+9}-3}{x}$ （３）$\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{1}{(x-1)^2}$

165.【関数の極限（２)】(3238) (3242)

・右側極限，左側極限について説明できる。

次の極限を求めよ。

（１）$\displaystyle\lim_{x\to 1+0}\frac{x}{x-1}$ （２）$\displaystyle\lim_{x\to 2-0}[x]$ （３）$\displaystyle\lim_{x\to +0}\log_2 x$

166.【関数の極限（３）】(3237) (3238) (3243) (3244) (3246) (3247)

・基本的な関数の極限（$x \to \pm\infty$）の計算ができる。

次の極限を求めよ。

（１）$\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{4x^2-x-3}{x^2-3x+2}$　　（２）$\displaystyle\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x+2}-\sqrt{x})$

（３）$\displaystyle\lim_{x\to-\infty}(\sqrt{x^2+2x}+x)$　　（４）$\displaystyle\lim_{x\to-\infty}2^x$

（５）$\displaystyle\lim_{x\to\infty}(3^x-2^{2x})$　　（６）$\displaystyle\lim_{x\to\infty}\{\log_2(4x+1)-\log_2(x-2)\}$

167.【三角関数の極限】(3238) (3248)〜(3251)

・三角関数の極限について説明できる。

・はさみうちの原理について説明できる。

次の極限を求めよ。

（１）$\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{\sin x}{x}$　　（２）$\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sin 4x}{x}$　　（３）$\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}$

168.【関数の連続性，中間値の定理】(3238) (3240) (3252) (3253) (3256)

・関数の連続について説明できる。

・中間値の定理について説明できる。

（１）関数 $f(x) = x[x]$ は $x = 0$ で連続であるか不連続であるかを調べよ。

（２）方程式 $x - \cos x = 0$ は，$0 < x < \pi$ の範囲に少なくとも 1 つの実数解をもつことを示せ。

169.【微分可能と連続】(3262) (3266)～(3269)

・関数 $f(x)$ が $x=a$ において微分可能であることについて説明できる。

・微分可能性と連続性の関係について説明できる。

関数 $f(x)=|x|(x-1)$ は $x=0$ で連続であるか。また，$x=0$ で微分可能であるか。

170.【積・商の導関数】(3262) (3271)

・積・商の導関数について説明できる。

・積・商の導関数を利用した計算ができる。

（１）関数 $y=(2x^2+1)(x^2-2x+3)$ を微分せよ。

（２）関数 $y=\dfrac{1}{x-2}$ を微分せよ。

（３）関数 $y=\dfrac{x-3}{x^2+1}$ を微分せよ。

（４）n が自然数のとき，$(x^n)'=nx^{n-1}$ であることを利用して，n が負の整数のとき，$(x^n)'=nx^{n-1}$ であることを示せ。また，関数 $y=\dfrac{1}{x^3}$ を微分せよ。

171.【合成関数の微分法，逆関数の微分法】(3264) (3272)～(3275)

・合成関数の微分法，逆関数の微分法について説明できる。

・合成関数の微分法，逆関数の微分法を利用した計算ができる。

（１）関数 $y = (2x+1)^4$ を微分せよ。

（２）関数 $\dfrac{1}{(x^2+2)^2}$ を微分せよ。

（３）n が整数のとき，$(x^n)' = nx^{n-1}$ であることを利用して，p が有理数のとき，$(x^p)' = px^{p-1}$ $(x > 0)$ であることを示せ。また，関数 $y = \sqrt[3]{x^2}$ を微分せよ。

172.【三角関数の導関数】(3281) (3284)

・三角関数の導関数について説明できる。

・三角関数の導関数を利用した計算ができる。

（１）$\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ であることを利用して，$(\sin x)' = \cos x$ であることを示せ。

（２）（１）を利用して $(\cos x)' = -\sin x$，$(\tan x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$ であることを示せ。

（３）関数 $y = \sin^2 x$ を微分せよ。

（４）関数 $y = x\cos x$ を微分せよ。

（５）関数 $y = \tan 2x$ を微分せよ。

173.【対数関数の導関数】(3282) (3285)

・自然対数の底 e について説明できる。

・対数関数の導関数について説明できる。

・対数微分法について説明できる。

（１）関数 $y = \log 3x$ を微分せよ。

（２）関数 $y = (\log x)^2$ を微分せよ。

（３）関数 $y = x\log x - x$ を微分せよ。

（４）関数 $y = -\log|\cos x|$ を微分せよ。

（５）α が実数のとき，$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$ $(x > 0)$ であることを示せ。

174.【指数関数の導関数】(3282) (3286)〜(3288)

・指数関数の導関数について説明できる。

次の関数を微分せよ。

（１）$y = e^{3x}$　　（２）$y = e^{x^2}$

（３）$y = xe^x$　　（４）$y = e^x \sin x$

175.【第 n 次導関数】(3282) (3290)～(3292)

・第 n 次導関数の計算ができる。

等式 $\dfrac{d^n}{dx^n}\cos x = \cos\left(x + \dfrac{n\pi}{2}\right)$ が成り立つことを証明せよ。

176.【方程式 $F(x,\ y) = 0$ で定められる関数の導関数】(3276)

・方程式 $F(x,\ y) = 0$ で定められる関数の導関数の計算ができる。

次の方程式で定められる x の関数 y について，$\dfrac{dy}{dx}$ を求めよ。

（1） $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{9} = 1$ 　　　（2） $9x^2 - 4y^2 = 36$

177.【媒介変数表示された関数の導関数】(3264) (3277) (3293)

・媒介変数表示された関数の導関数の計算ができる。

x の関数 y が，t を媒介変数として，次の式で表されるとき，$\dfrac{dy}{dx}$ を t の関数として表せ。

（1）$x = \dfrac{1}{\cos t},\ y = \tan t$　　（2）$x = a(t - \sin t),\ y = a(1 - \cos t)\ (a > 0)$

178.【接線と法線】(3300)〜(3309)

・さまざまな接線と法線の方程式を求めることができる。

（１）曲線 $y = \sin x$ 上の点 $\left(\dfrac{\pi}{6},\ \dfrac{1}{2}\right)$ における法線の方程式を求めよ。

（２）楕円 $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ 上の点 $(x_1,\ y_1)$ における接線の方程式は

$$\frac{x_1 x}{a^2} + \frac{y_1 y}{b^2} = 1$$

であることを示せ。

（３）2 つの曲線 $y = ax^2,\ y = \log x$ が共有点 P をもち，点 P において共通な接線をもつとき，定数 a の値を求めよ。

179.【平均値の定理】(3300) (3311)〜(3313)

・平均値の定理について説明できる。

平均値の定理を用いて，

$$a < b \text{ のとき } e^a < \frac{e^b - e^a}{b - a} < e^b$$

が成り立つことを証明せよ。ただし，e は自然対数の底とする。

180.【増減と極値，最大・最小】(3317) (3321)～(3329) (3348)～(3351)

・極値について説明できる。

・増減を調べて最大値・最小値の計算ができる。

次の関数について，（１）（２）は極値を求めよ。また，（３）（４）は最大値，最小値を求めよ。

（１）$y = \dfrac{2x}{x^2+1}$　　（２）$y = |x^2-3x|+x$

（３）$y = x - 2\sin x \ (0 \leqq x \leqq 2\pi)$　　（４）$y = x + \sqrt{4-x^2}$

181.【曲線の凹凸，グラフの概形】(3318) (3330)～(3340)

・増減・凹凸を調べて，グラフの概形がかける。

次の関数のグラフをかけ。また，変曲点があればそれを求めよ。

（１）$y = x + 2\cos x \ (0 \leqq x \leqq 2\pi)$　　（２）$y = e^{-x^2}$　　（３）$y = \dfrac{x^2}{x-1}$

182.【方程式・不等式への応用】(3348) (3357) (3360)～(3362)

・微分を利用して方程式の実数解について考えることができる。

・微分を利用して不等式の証明ができる。

（１）a を定数とする。方程式 $\log x = ax$ の異なる実数解の個数を調べよ。

（２）$x > 0$ のとき，不等式 $e^x > 1 + x$ が成り立つことを証明せよ。

183.【速度と加速度】(3374) (3376)～(3378)

・座標平面上を動く点の速度，速さ，加速度，加速度の大きさについて説明できる。

座標平面上を運動する点 P の時刻 t における座標 $(x,\ y)$ が

$$x = r\cos\omega t,\ y = r\sin\omega t$$

で表されるとき，点 P の速さと加速度の大きさを求めよ。ただし，$r > 0,\ \omega > 0$ とする。

184.【不定積分】(3388) (3392) (3393)

・不定積分の基本公式について説明できる。

次の不定積分を求めよ。

（1）$\displaystyle\int \frac{(\sqrt{x}+1)^3}{\sqrt{x}}dx$　（2）$\displaystyle\int \frac{\cos^3 x+1}{\cos^2 x}dx$

（3）$\displaystyle\int \tan^2 x dx$　（4）$\displaystyle\int \left(e^x - \frac{2}{x}\right)dx$

185.【置換積分法】(3390) (3394)〜(3398)

・置換積分法について説明できる。

次の不定積分を求めよ。

（1）$\displaystyle\int (x+1)^3 dx$　（2）$\displaystyle\int \cos 3x dx$　（3）$\displaystyle\int x\sqrt{x+1}dx$

（4）$\displaystyle\int \frac{\log x}{x}dx$　（5）$\displaystyle\int \sin^3 x \cos x dx$　（6）$\displaystyle\int \tan x dx$

186.【部分積分法】(3390) (3400)〜(3403)

・部分積分法について説明できる。

次の不定積分を求めよ。

（１）$\displaystyle\int x\sin x dx$　　（２）$\displaystyle\int \log x dx$　　（３）$\displaystyle\int x^2 e^x dx$

187.【いろいろな関数の不定積分】(3390) (3399) (3405)〜(3409)

・分数関数の積分について説明できる。

・三角関数の積分について説明できる。

次の不定積分を求めよ。

（１）$\displaystyle\int \frac{x^2+3x+4}{x+1}dx$　　（２）$\displaystyle\int \frac{x+3}{x^2+3x+2}dx$　　（３）$\displaystyle\int \sin^2 x dx$

（４）$\displaystyle\int \sin 3x \cos x dx$　　（５）$\displaystyle\int \cos^3 x dx$

188.【定積分（２）】(3414) (3417)〜(3420)

・定積分の計算ができる。

次の定積分を求めよ。

（１）$\displaystyle\int_0^{\pi} \sin x dx$　（２）$\displaystyle\int_1^{e} \frac{dx}{x}$　（３）$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 4x \cos 2x dx$

（４）$\displaystyle\int_1^{2} \frac{dx}{x(x-3)}$　（５）$\displaystyle\int_0^{1} |e^x - 2| dx$

189.【定積分の置換積分法】(3414) (3421)〜(3425) (3428)

・定積分の置換積分法について説明できる。

・置換積分法による定積分の計算ができる。

・偶関数・奇関数の定積分に関する性質について説明できる。

次の定積分を求めよ。ただし，a は正の実数とする。

（１）$\displaystyle\int_0^{3} x\sqrt{x+1} dx$　（２）$\displaystyle\int_0^{a} \sqrt{a^2 - x^2} dx$　（３）$\displaystyle\int_0^{1} \frac{dx}{x^2+1}$

（４）$\displaystyle\int_0^{1} \frac{e^x}{e^x+1} dx$　（５）$\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} x^2 \sin x dx$

190.【定積分の部分積分法】(3416) (3426) (3427)

・部分積分法による定積分の計算ができる。

部分積分法によって，次の定積分を求めよ。ただし，α, β は定数とする。

（１）$\displaystyle\int_0^1 xe^x dx$　　（２）$\displaystyle\int_\alpha^\beta (x-\alpha)(x-\beta)dx$　　（３）$\displaystyle\int_\alpha^\beta (x-\alpha)^2(x-\beta)dx$

191.【定積分と微分（２）】(3416) (3430)～(3435)

・定積分と微分の関係について説明できる。

（１）関数 $f(x)=\displaystyle\int_0^x (x-t)e^t dt$ を x について微分せよ。

（２）関数 $f(x)=\displaystyle\int_x^{x^2} \log t dt$ $(x>0)$ を x について微分せよ。

（３）関数 $f(x)=\displaystyle\int_0^x \sin 2t dt$ $(0 \leqq\ x \leqq\ 2\pi)$ の極値を求めよ。

192.【区分求積法】(3447) (3450)～(3452)

・区分求積法について説明できる。

定積分を用いて，次の極限値を求めよ。

（1） $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\cos\frac{k\pi}{2n}$

（2） $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}+\cdots\cdots+\frac{1}{2n}\right)$

193.【定積分と不等式】(3448) (3455)～(3457)

・定積分と不等式の関係について説明できる。

n を自然数とする。不等式 $1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\cdots\cdots+\dfrac{1}{n}>\log(n+1)$ が成り立つことを証明せよ。

194.【面積（３）】(3448) (3470)〜(3474)

・2 曲線で囲まれた図形の面積の計算ができる。

（１）2 曲線 $y = \sin x,\ y = \sin 2x\ (0 \leqq\ x \leqq \pi)$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

（２）曲線 $y = \log x$ と x 軸，y 軸，および直線 $y = 1$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

195.【曲線で囲まれた図形の面積】(3483) (3484)

・方程式 $F(x,\ y) = 0$ で表された図形の面積の計算ができる。

楕円 $4x^2 + 9y^2 = 36$ によって囲まれた部分の面積を求めよ。

196.【媒介変数表示と面積】(3485)

・媒介変数で表された図形の面積の計算ができる。

サイクロイド $x = t - \sin t,\ y = 1 - \cos t\ (0 \leqq\ t \leqq\ 2\pi)$ と x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。

197.【立体の体積】(3495) (3498)

・立体の体積の求め方について説明できる。

座標平面上の 2 点 $\mathrm{P}(x,\ 0)$, $\mathrm{Q}(x,\ \sin x)$ を結ぶ線分を 1 辺とし，この平面に垂直な正三角形を作る。P が原点 O から $\mathrm{C}(\pi,\ 0)$ まで動くとき，この正三角形が通過してできる立体の体積 V を求めよ。

198.【回転体の体積】(3495) (3499)～(3505) (3509)

・回転体の体積の計算ができる。

（1）半径 r の球の体積 V を，積分を用いて求めよ。

（2）曲線 $y = \log x$ と x 軸，y 軸，および直線 $y = 1$ で囲まれた部分を，x 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

199.【曲線の長さ】(3496) (3516) (3517)

・曲線の長さの求め方について説明できる。

（1）サイクロイド $x = t - \sin t,\ y = 1 - \cos t\ (0 \leqq\ t \leqq\ 2\pi)$ の長さを求めよ。

（2）曲線 $y = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}\ (0 \leqq\ x \leqq\ 1)$ の長さを求めよ。

200.【速度と道のり】(3496) (3520)

・点が通過する道のりを計算することができる。

点 P の座標 $(x,\ y)$ が，時刻 t の関数として次のように表されている。

$$x = e^t \cos t,\ y = e^t \sin t$$

また，時刻 t における P の速度を $\overrightarrow{v}$ とする。

（1）$|\overrightarrow{v}|$ を求めよ。

（2）$t = 0$ から $t = 2\pi$ までに P が通過する道のりを求めよ。